

1. REFERENTI, SAOPŠTENJA I PRIKAZI

TEORIJA ANIZOTROPIJE PLASTIČNOSTI METALA I NJEN ZNAČAJ PRI IZUČAVANJU DEFORMABILNOSTI LIMOVA

Dr Ing. Branislav Devedžić, v. profesor
Mašinskog fakulteta u Kragujevcu

1. Opšti osvrt na pojavu anizotropije plastičnosti

Pretpostavka o izotropnosti svojstava metala pri deformisanju u nizu slučajeva može dovesti do primetnih neuskладjenosti između analitički ustanovljenih i stvarno postojećih odnosa, jer se metalni materijali najčešće ponašaju, manje ili više, anizotropno. Stoga je razvijena i teorija anizotropije plastičnosti, u okviru koje se klasični odnosi i zakonitosti teorije plastičnosti posmatraju uz pretpostavku postojanja anizotropije.

Poznato je da i metali koji su pre deformisanja bili izotropni pokazuju često u toku samog procesa pojavu i razvoj anizotropije, što treba dovesti u vezu sa pojavom teksture, odnosno orijentisanosti kristalne strukture u pravcu najizrazitijeg tečenja metala.

Razume se da to dovodi i do odgovarajuće promene, kako deformacione čvrstoće (napona tečenja) u pojedinim pravcima, tako i makroskopske zavisnosti izmedju napona i deformacija.

Pogodno je praviti razliku izmedju tzv. strukturne anizotropije, koja se odnosi na neujednačenost svojstava monokristala u različitim pravcima i mehaničke ili geometrijske anizotropije (makro-anizotropije), koja se odnosi na polikristalnu strukturu. Ovaj drugi vid, po prirodi svog nastanka, predstavlja zapravo teksturnu anizotropiju. Naime, ukoliko ne bi postojala tekstura, već ujednačena, neorijentisana polikristalna struktura, onda bi makro-svojstva materijala bila izotropna (quasi - izotropija).

Prvobitna izučavanja zakonitosti u oblasti plastičnosti ignorisala su postojanje anizotropije, što je predstavljalo svojevrsno odstupanje od realnosti.

Moguće je govoriti o anizotropiji svojstava uopšte, ali se često razmatra samo varijacija svojstava plastičnosti u različitim pravcima. Tada je u pitanju anizotropija plastičnosti.

Poseban značaj ova teorija ima pri analizi procesa obrade limova deformisanjem. Naime, strukturnu gradju limova najčešće karakteriše odgovarajuća tekstura, koja je posledica usmerenog deformisanja (valjanja) primarne livene strukture u okviru procesa proizvodnje lima.

Često se anizotropija lima posmatra dvojako: anizotropija u ravni lima (polarna varijacija svojstava) i tzv. normalna*) anizotropija, koja se odnosi na razliku izmedju svojstava u ravni lima i svojstava u pravcu njegove debljine. Postoji više mogućnosti za konvencionalno definisanje postupaka kojima se ovakve naujednačene karakteristike svode na racionalne i jednostavne veličine.

2. Osnovne postavke teorije anizotropije

Osnove ove teorije postavio je Hill [1]. Kao polazište, pri tome, služi Mises-ov kriterijum plastičnog tečenja, tj. energetski uslov plastičnosti. Razlika u odnosu na poznat izraz za ovaj uslov,

*) Ovaj uslovan naziv "normalna anizotropija" treba, dakle, shvatiti u smislu upravne anizotropije (u pravcu upravnom - normalnom na ravan lima), a ne kao nešto što predstavlja normalnu (uobičajenu) pojavu.

koji se odnosi na izotropan materijal, sastoji se u tome što se ovde mora respektovati činjenica da deformaciona čvrstoća (koja inače odgovara jednoosnom naponu tečenja) varira sa promenom pravca. Tu okolnost je Hill uzeo u obzir preko odgovarajućih parametara, pa je uslov plastičnosti anizotropnog materijala izrazio u obliku:

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1$$

gde su: δ - tenzor napona; F, G, H, L, M, N - parametri koji karakterišu stanje anizotropije.

Napomena: odnos između ekvivalentnog (uopštenog) napona i parametara anizotropije je sledeći:

$$2\sigma_e^2 = \frac{F+G+H}{3} = 1$$

pa se prednji uslov može pisati i kao:

$$\sigma_e^2 = \frac{3}{2} \frac{1}{F+G+H} [F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2]$$

Lako je zaključiti da će, za slučaj izotropnog materijala, parametri imati sledeće iznose:

$$L = M = N = 3F = 3G = 3H = \frac{3}{2\sigma_e^2}$$

tj. izraz će preći u Mises-ov uslov plastičnosti izotropnih materijala.

Ukoliko je u pitanju ravansko naponsko stanje, što je često slučaj pri obradi lima, onda zbog $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$, uslov plastičnosti prelazi u

$$(G + H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (H + F)\sigma_y^2 - 2N\tau_{xy}^2 = 1$$

Očigledno je da se pri uspostavljanju ovakvih odnosa ne vodi računa o fizičkim uzrocima nastajanja anizotropije (u vezi sa osobenostima kristalne strukture), već se ona posmatra u svojoj makroskopskoj sveukupnosti.

Od velikog je praktičnog i teorijskog interesa mogućnost odredjivanja karakteristika anizotropije putem ispitivanja materijala jednoosnim zatezanjem pomoću epruveta isečenih u ravni lima pod određenim uglom s obzirom na karakteristične pravce u odnosu na pravac valjanja. Ako se usvoji pretpostavka da osa x pada u pravac valjanja lima, osa y poprečno na taj pravac, a z normalno na ravan lima, onda će ove ose ujedno postati ose anizotropije, a takodje i glavne ose. Zadržavajući se na tim pravcima, proizlazi da za slučaj jednoosnog istezanja mora jedan od glavnih napona u opštoj jednačini plastičnog tečenja biti jednak odgovarajućoj granici tečenja (tj. deformacionoj čvrstoći) u posmatranom pravcu, dok će ostale komponente biti jednake nuli. Na osnovu toga, mogu se prikazati sledeći odnosi izmedju granica tečenja (σ_T) u pravcu pojedinih osa (σ_{Tx} ; σ_{Ty} ; σ_{Tz}) i parametara anizotropije:

a) za pravac ose x:

$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 ; \sigma_x = \sigma_{Tx} = \frac{1}{\sqrt{G+H}}$$

b) za pravac ose y:

$$\sigma_x = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{xy} = 0 ; \sigma_y = \sigma_{Ty} = \frac{1}{\sqrt{H+F}}$$

c) za pravac ose z:

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 ; \sigma_z = \sigma_{Tz} = \frac{1}{\sqrt{F+G}}$$

Očigledno je da iz ovih odnosa proizlazi:

$$\frac{1}{\sigma_{Tx}^2} = G + H ; \frac{1}{\sigma_{Ty}^2} = F + H ; \frac{1}{\sigma_{Tz}^2} = F + G$$

Rešenjem ovog sistema jednačina dobijaju se izrazi za parametre anizotropije u obliku:

$$2F = \frac{1}{\sigma_{Ty}^2} + \frac{1}{\sigma_{Tz}^2} - \frac{1}{\sigma_{Tx}^2}$$

$$2G = \frac{1}{\sigma_{Tz}^2} + \frac{1}{\sigma_{Tx}^2} - \frac{1}{\sigma_{Ty}^2}$$

$$2H = \frac{1}{\sigma_{Tx}^2} + \frac{1}{\sigma_{Ty}^2} - \frac{1}{\sigma_{Tz}^2}$$

Na analogan način može se pokazati da će pri $\tau_{yz}=R$; $\tau_{zx}=S$; $\tau_{xy}=T$ (granice tečenja pri smicanju) biti:

a) za $\tau_{yz} = R$; $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{xy} = 0$

$$L = \frac{1}{2R^2}$$

b) za $\tau_{zx} = S$; $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xy} = 0$

$$M = \frac{1}{2S^2}$$

c) za $\tau_{xy} = T$; $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$

$$N = \frac{1}{2T^2}$$

Primenjujući na slučaj izotropnog materijala jednačine plastičnog tečenja Levy - Mises-a koje izražavaju vezu između tenzora priraštaja deformacija ($T_{d\epsilon}$) i devijatora tenzora napona (D_σ):

$$T_{d\epsilon} = d \lambda D_\sigma$$

odnosno

$$d\epsilon_x = 3d\lambda(\sigma_x - \sigma_m) = d\lambda(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)$$

itd.

kao i

$$d\delta_{xy} = 6d\lambda\tau_{xy}$$

itd.*)

dobija se u razvijenom obliku:

$$d\varepsilon_x = d\lambda [H(\sigma_x - \sigma_y) + G(\sigma_x - \sigma_z)]$$

$$d\varepsilon_y = d\lambda [F(\sigma_y - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)]$$

$$d\varepsilon_z = d\lambda [G(\sigma_z - \sigma_x) + F(\sigma_z - \sigma_y)]$$

$$d\delta_{yz} = d\lambda L\tau_{yz}$$

$$d\delta_{zx} = d\lambda M\tau_{zx}$$

$$d\delta_{xy} = d\lambda N\tau_{xy}$$

Ukoliko se pri eksperimentalnom odredjivanju stanja anizotropije izreže epruveta, na primer u pravcu ose \underline{x} , i zatim ona ispituje zatezanjem u tom pravcu, onda će zbog $\sigma_y = \sigma_z = \dots = 0$, moći da se napiše sledeća proporcija:

$$d\varepsilon_x : d\varepsilon_y : d\varepsilon_z = (G+H) : (-H) : (-G)$$

Ako je u pitanju proporcionalno naprezanje (pri kome se odnos izmedju komponenata tenzora napona ne menja u toku posmatranog procesa deformisanja), onda se parametri anizotropije neće menjati, pa se i za slučaj velikih (logaritamskih) deformacija (odnosno posle integrisanja prednjih jednačina) može pisati da je uopšte:

*) $d\lambda$ - skalarni parametar, σ_m - srednji normalni napon, γ - ugao na deformacija.

$$\varphi_x : \varphi_y : \varphi_z = [H(\sigma_x - \sigma_y) + G(\sigma_x - \sigma_z)] : [F(\sigma_y - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)] \\ : [G(\sigma_z - \sigma_x) + F(\sigma_z - \sigma_y)]$$

Značajno je, takodje, razmotriti mogućnosti iznalaženja karakteristika anizotropije putem ispitivanja materijala jednoosnim zatezanjem pomoću epruveta isečenih u ravni lima pod određenim uglom u odnosu na karakteristične pravce anizotropije (x, y, z). Polazeći od pretpostavke da je epruveta isečena pod uglom α u odnosu na pravac \underline{x} (pravac valjanja lima) i da je $\underline{\kappa}$ napon tečenja materijala pri zatezanju (tj. deformaciona čvrstoća) u tom pravcu, biće na osnovu statičkih uslova ravnoteže:

$$\sigma_x = K_{\alpha} \cos^2 \alpha ; \sigma_y = K_{\alpha} \cos^2 \alpha ; \tau_{xy} = K_{\alpha} \sin \alpha \cos \alpha$$

a, kada se ovi izrazi uvedu u ravanski uslov plastičnosti dobija se

$$K_{\alpha} = [F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha + H + (2N - F - G - 4H) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha]^{-\frac{1}{2}}$$

Takodje se, sa istom zamenom, dobijaju sledeći oblici veze izmedju priraštaja deformacija i komponentata tenzora napona:

$$d\varepsilon_x = [(G + H) \cos^2 \alpha - H \sin^2 \alpha] K_{\alpha} d\lambda$$

$$d\varepsilon_y = [(F + H) \sin^2 \alpha - H \cos^2 \alpha] K_{\alpha} d\lambda$$

$$d\varepsilon_z = -(F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha) K_{\alpha} d\lambda$$

$$d\delta_{xy} = (N \sin \alpha \cos \alpha) K_{\alpha} d\lambda$$

3. Koeficijent normalne anizotropije i njegova povezanost sa ostalim karakteristikama anizotropije

Jedan od najviše korišćenih pokazatelja anizotropije lima jeste tzv. koeficijent normalne anizotropije (poznat takodje i pod popularnim nazivom "r-faktor")^{*)}. On, po svojoj definiciji, predstavlja odnos inkremenata plastičnih deformacija epruvete po njenoj širini (b) i debljini (s), pri opitu zatezanjem, tj.:

$$r = \frac{d\varepsilon_b}{d\varepsilon_s} = \frac{\frac{db}{b}}{\frac{ds}{s}}$$

Očigledno je, da ovaj odnos proizlazi direktno iz navedenih jednačina, tj. za istezanje u pravcu ose \underline{x} ($\sigma_x \neq 0$; $\alpha = 0^\circ$) biće:

$$r_0 = \frac{d\varepsilon_y}{d\varepsilon_z} = \frac{H}{G}$$

što istovremeno znači i

$$r_0 = \frac{\varphi_y}{\varphi_z} = \frac{H}{G}$$

(jer se za slučaj prostog - proporcionalnog naprezanja ovaj odnos ne menja u toku procesa), odnosno za epruvetu isečenu u pravcu ose y ($\sigma_y \neq 0$; $\alpha = 90^\circ$)

$$r_{90} = \frac{\varphi_x}{\varphi_z} = \frac{H}{F}$$

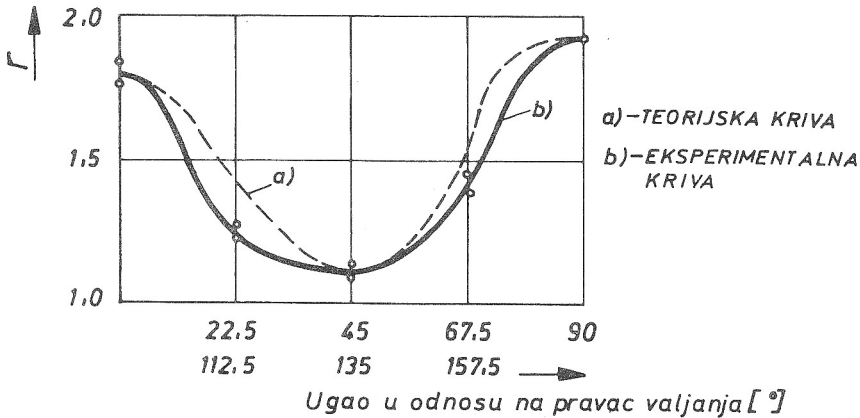
^{*)} Često se sreće i naziv Lankford-ov koeficijent.

S obzirom na prikazane odnose, može se pisati da je u opštem slučaju

$$r = \frac{d\varepsilon_x \sin^2 \alpha + d\varepsilon_y \cos^2 \alpha - 2d\varepsilon_{xy} \sin \alpha \cos \alpha}{d\varepsilon_z} =$$

$$= \frac{H + (2N - F - G - 4H) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha}$$

Korišćenjem eksperimentalnih podataka može se pokazati da će, u najvećem broju slučajeva, minimalne vrednosti ovog koeficijenta odgovarati uglu od 45° , dok su maksimalne obično pri $\alpha = 90^\circ$ (sl. 1), mada to ne mora biti uvek slučaj.



Sl. 1. Zavisnost koeficijenta r od pravca u ravni lima

Iz navedenih odnosa dalje proizlazi:

$$H = r_0 G = r_{90} F \quad \text{tj.} \quad \frac{F}{G} = \frac{r_0}{r_{90}}$$

a odnos N/G može se dobiti, na primer za $\alpha = 45^\circ$, pri čemu je:

$$r_{45} = \frac{2N - (F + G)}{2(F + G)}$$

$$\frac{N}{G} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_0}{r_{90}} - 1 \right) (2r_{45} + 1)$$

Takodje je očigledno da postoje i odnosi

$$\frac{1}{\sigma_{Tx}^2} = G + H = G(1 + r_0)$$

odnosno:

$$G = \frac{1}{\sigma_{Tx}^2(1 + r_0)} ; H = \frac{r_0}{\sigma_{Tx}^2(1 + r_0)}$$

a iz podataka dobijenih na osnovu epruvete isečene pod 90° u odnosu na pravac valjanja lima:

$$\frac{1}{\sigma_{Ty}^2} = F + H = F(1 + r_{90})$$

$$F = \frac{1}{\sigma_{Ty}^2(1 + r_{90})} ; H = \frac{r_{90}}{\sigma_{Ty}^2(1 + r_{90})}$$

Kada se izjednače oba iznosa za H dobija se

$$\frac{\sigma_{Tx}}{\sigma_{Ty}} = \sqrt{\frac{r_0(1 + r_{90})}{r_{90}(1 + r_0)}}$$

Ova veza dozvoljava da se eksperimentalno proveri tačnost teorije anizotropije, jer se odnos σ_{Tx}/σ_{Ty} može odrediti u laboratoriji, kao i koeficijenti r_0 i r_{90} .

Granica tečenja u pravcu debljine tankog lima ne može se određivati eksperimentalno, ali to i nije neophodno, jer iz navedenih odnosa proizlazi:

$$\frac{1}{\sigma_{Tz}^2} = F + G = \frac{1}{\sigma_{Ty}^2(1+r_{90})} + \frac{1}{\sigma_{Tx}^2(1+r_0)}$$

$$\frac{\sigma_{Tz}}{\sigma_{Tx}} = \sqrt{\frac{r_{90}(1+r_0)}{r_0+r_{90}}} ; \quad \frac{\sigma_{Tz}}{\sigma_{Ty}} = \sqrt{\frac{r_0(1+r_{90})}{r_0+r_{90}}}$$

$$\sigma_{Tz} = \sigma_{Tx} \sqrt{\frac{r_{90}(1+r_0)}{r_0+r_{90}}} = \sigma_{Tx} \sqrt{\frac{1+r_0}{1+\frac{r_0}{r_{90}}}}$$

$$\sigma_{Tz} = \sigma_{Ty} \sqrt{\frac{1+r_{90}}{1+\frac{r_{90}}{r_0}}}$$

Značajno je ovde primetiti, da će ova dva izraza imati utoliko veće iznose, ukoliko je lim manje sklon stanjenju u toku procesa istezanja, zbog čega će moći da se ostvari veća ravnomerna (stabilna) deformacija u ravni lima.

Na analogan način (zapravo, koristeći uslov o jednakosti deformacionog rada) može se pokazati, da će ekvivalentni iznosi deformacija^{*)} u poprečnom pravcu (y) i pravcu normalnom na ravan lima (z) moći da se izraze preko deformacija koje odgovaraju uzdužnom pravcu (x), a i obratno, tj.:

$$\varphi_y = \sqrt{\frac{1+\frac{1}{r_{90}}}{1+\frac{1}{r_0}}} \cdot \varphi_x$$

$$\varphi_z = \sqrt{\frac{1+\frac{r_0}{r_{90}}}{1+r_0}} \cdot \varphi_x = \sqrt{\frac{1+\frac{r_{90}}{r_0}}{1+r_{90}}} \cdot \varphi_y$$

*) Pri ovome se podrazumeva da je eksperimentalno određena, na primer, kriva očvršćavanja $K_x - \psi_x$ i da se iz nje, koristeći ove teorijske odnose, mogu dobiti krive očvršćavanja i za druga dva pravca, bez posebnih eksperimenata.

Ako postoji izotropija u ravni lima (polarna ili transverzalna izotropija), onda je $r_0 = r_{90} = r_\alpha = \bar{r} = r$. Takodje će, u tom slučaju, biti medjusobno jednaki i naponi tečenja u ravni lima:

$\sigma_{Tx} = \sigma_{Ty} = \sigma_{T\alpha}$, usled čega prednji izrazi prelaze u

$$\sigma_{Tz} = \sqrt{\frac{1+r}{2}} \cdot \sigma_{T\alpha}$$

Pošto se na ovakvu polarnu izotropiju ne može računati u opštem slučaju, uobičajeno je da se vrši svodjenje koeficijenta normalne anizotropije na neku srednju vrednost. Pri tome se može postupiti na različite načine, a najčešće se ova srednja vrednost izražava kao

$$\bar{r} = \frac{1}{4} (r_0 + 2r_{45} + r_{90})$$

(tačniji iznos bi se dobio izračunavanjem prosečne visine površine ispod krive prikazane na sl. 1 - u intervalu $0^\circ - 90^\circ$, ali bi to predstavljalo praktičnu teškoću).

Time se problem svodi na prividnu izotropiju u ravni (odsustvo polarne varijacije svojstava) i ujedno znatno pojednostavljuje.

Takodje se i druge mehaničke karakteristike mogu na sličan način konvencionalno prikazati preko njihovih osrednjenih vrednosti s obzirom na postojanje anizotropije u ravni, tako da navedeni izrazi prelaze u:

$$\sigma_{Tz} = \sqrt{\frac{1+\bar{r}}{2}} \cdot \bar{\sigma}_{T\alpha} \quad ; \quad \varphi_z = \sqrt{\frac{2}{1+\bar{r}}} \bar{\varphi}_\alpha$$

4. Uticao anizotropije na naponski odnos pri ravanskom naprezanju (u ravni lima)

Ako se pretpostavi podudarnost pravca glavnih osa napona i deformacija (1, 2, 3) sa glavnim osama anizotropije (x, y, z), onda će za slučaj dvoosnog naprezanja u ravni lima biti:

$$\sigma_z = \sigma_3 = 0 ; \sigma_y = m \sigma_x ; \sigma_2 = m \sigma_1$$

odnosno

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_x}{\varphi_y} &= \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{H(\sigma_1 - \sigma_2) + G\sigma_1}{F\sigma_2 + H(\sigma_2 - \sigma_1)} = \frac{H(1-m) + G}{mF + H(m-1)} = \\ &= \frac{r_0(1-m) + 1}{r_{90}(m-1) + m} \frac{r_{90}}{r_0} \end{aligned}$$

iz čega se dobija

$$\begin{aligned} m &= \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \frac{\varphi_2}{r_0}}{\varphi_1 + \varphi_2 + \frac{\varphi_1}{r_{90}}} = \frac{(1+r_0)\varphi_2 + r_0\varphi_1}{(1+r_{90})\varphi_1 + r_{90}\varphi_2} \frac{r_{90}}{r_0} = \\ &= \frac{\varphi_1 + \varphi_2 \left(\frac{G}{H} + 1 \right)}{\varphi_2 + \varphi_1 \left(\frac{F}{H} + 1 \right)} \end{aligned}$$

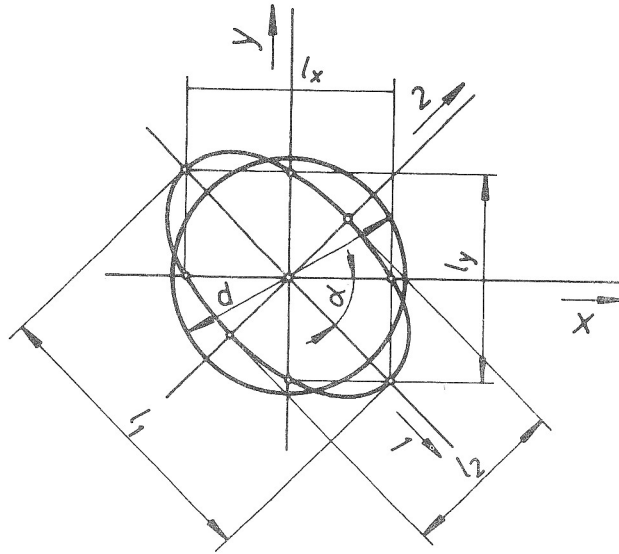
Za slučaj izotropije biće $r_0 = r_{90} = r = 1$, pa će i ovaj odnos preći u poznat oblik

$$m = \frac{2\varphi_2 + \varphi_1}{2\varphi_1 + \varphi_2}$$

Medjutim, često se glavne ose napona (1, 2) i anizotropije (x, y) ne poklapaju (naročito pri izvlačenju složenih i geometrijski nepravilnih delova od lima) - sl. 2. U tom slučaju se mogu odgovarajući odnosi dobiti na osnovu Mohr-ovih krugova napona - sl. 3. [4]:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\cos 2\alpha}$$

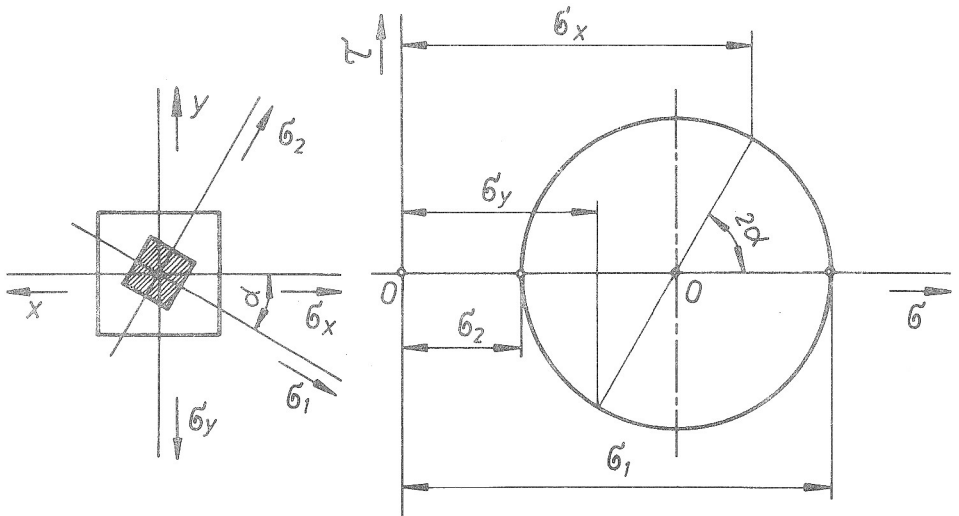


Sl. 2. Nepodudarnost glavnih osa napona i anizotropije
Osim toga, pri ovome treba razlikovati odnos napona

od odnosa

$$m = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$m_a = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$



Sl. 3. Mohr-ov krug napona

pa se prednja jednačina može napisati u obliku

$$\frac{1+m}{1+m_a} (1-m_a) = \frac{1-m}{\cos 2\alpha}$$

odnosno

$$m_a = \frac{m - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - m \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Očigledno je da će za $\alpha = 0$ biti $m_a = m$, a za $\alpha = \frac{\pi}{2}$ biće $m_a = 1/m$.

Pri praktičnom iznalaženju ovih odnosa kod složenih otpresaka od lima koristi se uobičajeni eksperimentalni postupak određivanja deformacija (φ_1 i φ_2 , odnosno φ_x i φ_y) pomoću merne mreže, dok se koeficijenti r_0 i r_{90} određuju opitom zatezanjem.

Za slučaj izotropije svojstava u ravni lima, jednačina plastičnog tečenja, prema Hosford-u i Backofen-u [3], dobija oblik

$$r(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{T3}^2 = 2\sigma_{T1}^2 \left(\frac{1+r}{2}\right)$$

(zbog pretpostavljene izotropije biće $\sigma_{T2} = \sigma_{T1}$).

Pri ravanskom naponskom stanju ova jednačina prelazi u

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 \frac{2r}{1+r} = \sigma_{T1}^2$$

a za potpuno izotropan materijal ($r = 1$)

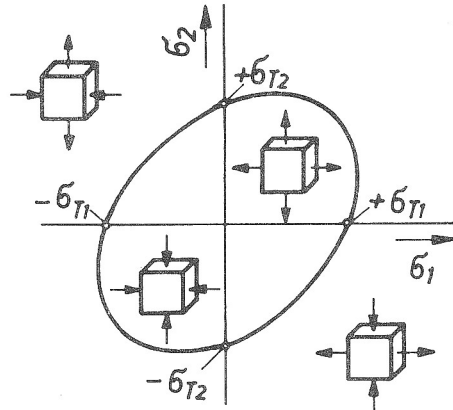
$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_{T1}^2$$

što predstavlja jednačinu elipse prema sl. 4.

Grafička predstava prve jednačine (za $r = 1$) za različite iznose koeficijenta r , data je na sl. 5. Pri tome je prikazan, prema Hosford-u i Backofen-u, i uticaj naponskog odnosa $m = \sigma_2 / \sigma_1$.

Ovaj grafički prikaz jasno ilustruje, da sa porastom vrednosti koeficijenta normalne anizotropije, u slučaju ravanskog naponskog stanja ($m > 0$), rastu i iznosi pozitivnih napona σ_1 i σ_2 , potrebnih za ostvarenje plastičnog tečenja (v. kvadrante I i III), tj. dolazi do tzv. teksturnog očvršćavanja. Takodje je očigledno

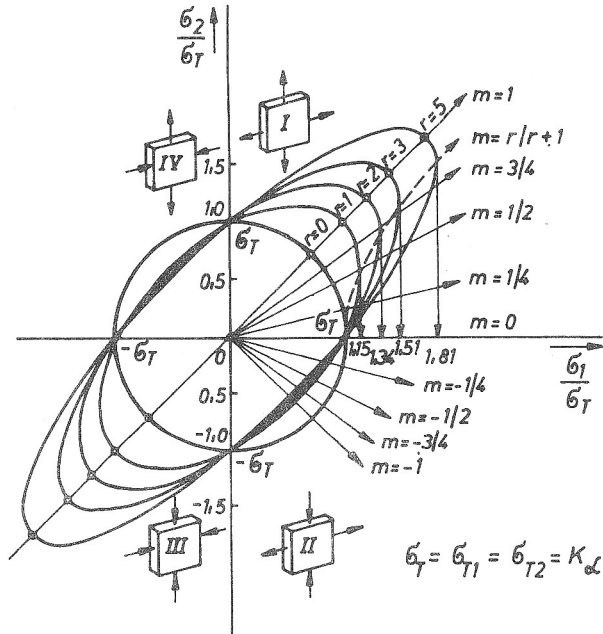
* Jasno je, da se pri ovome napon tečenja σ_{T1} može zameniti oznakom za deformacionu čvrstoću. Naime, uz pretpostavku izotropije u ravni lima može se $\sigma_{T1} = \sigma_T$ shvatiti kao deformaciona čvrstoća u toj ravni ($K\alpha$).



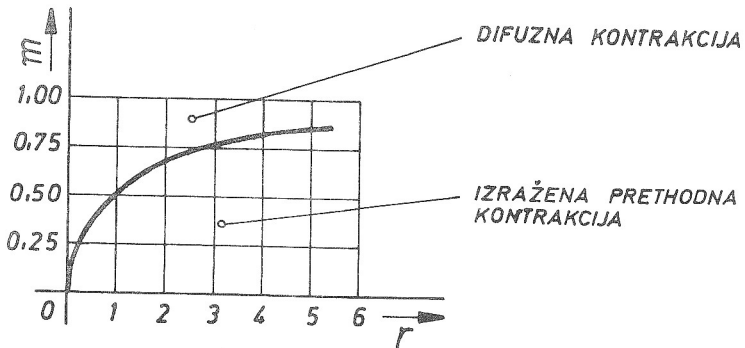
Sl. 4. Granice tečenja pri ravanskom naponskom stanju ($\sigma_3=0$) za izotropan lim ($r = 1$) 3

da u slučaju negativnog naponskog odnosa ($m < 0$), nastaje obrnut efekat - teksturno slabljenje (v. kvadrante II i IV), mada je on, pri tome, znatno manje izražen, nego u slučaju kada su oba normalna napona pozitivna. Na sl. 5. su, takodje, prikazani naponski odnosi koji odgovaraju najvećem teksturnom očvršćavanju (maksimalnim naponima σ_1 potrebnim za ostvarenje plastičnog tečenja). Može se dokazati, da će ovo maksimalno očvršćavanje nastupiti pri odnosu $m = r/(r+1)$ i $d\varphi_2 = 0$, pa se na dijagramu odgovarajuće vrednosti σ_1/σ_T mogu dobiti tangiranjem krivih za pojedine vrednosti \underline{r} vertikalnim pravama, jer njihovi preseči sa apscisom odgovaraju traženim iznosima $(\sigma_1/\sigma_T)_{max}$. Zbog $d\varphi_2 = 0$, neće, u tom slučaju, biti deformacije u pravcu ose 2, a tim odnosima odgovaraju vrednosti duž isprekidane linije na slici. Ova zavisnost izmedju \underline{m} i \underline{r} , pri najvećem teksturnom očvršćavanju $r/(r+1)$, data je na sl. 6. Za odnose koji postoje iznad ove linije, razaranje se događa bez prethodne vidne lokalizacije deformisanja (difuzna kontrakcija - lokalizacija), dok odnosima ispod linije, odgovara razaranje posle izražene prethodne kontrakcije (lokalizovana, izražena, skoncentrisana kontrakcija). Vidi se da je, pri manjim iznosima \underline{m} , ovakvu kontrakciju moguće izbeći, ako je \underline{r} dovoljno malo (odnosno, za male iznose \underline{m} korisno je u tom smislu da i \underline{r} bude malo), dok je za njeno izbegavanje pri većim rednostima \underline{r} potrebno da odnos \underline{m} bude veći. U is-

tom smislu povoljno utiče i porast eksponenta deformacionog očvršćavanja n .



Sl. 5. Granice tečenja pri ravanskom naponskom stanju za lim sa osno-simetričnom teksturom. r -vrednosti pokazuju stepen normalne anizotropije, a m odgovara različitim vrstama naprezanja [3]



Sl. 6. Zavisnost izmedju koeficijenata m i r iznad koje nastaje razaranje sa prethodnom difuznom kontrakcijom (prema Keeler-u i Backofen-u [3])

Iz ovog razmatranja proizilazi, da uticaj koeficijenta \underline{r} na plastičnost postoji samo pri dvoosnom naprezanju ($m \neq 0$), ali ne i pri jednoosnom ($\sigma_1/\sigma_{T1} = \sigma_2/\sigma_{T2} = 1$), pri čemu se podrazumeva postojanje anizotropije u ravni ($\sigma_T = \sigma_{T1} = \sigma_{T2}$).

Radi boljeg razumevanja prednjih zaključaka treba imati u vidu, da za određivanje graničnih (maksimalno mogućih) iznosa deformacija na kritičnim mestima radnog predmeta, poseban značaj ima kriterijum na osnovu kojeg se oni definišu.

Prema prednjem, razlikuju se dva tipična slučaja lokalizacije, odnosno kontrakcije: difuzna i lokalna (skoncentrisana). Da li će nastupiti jedna ili druga, zavisi, pored ostalog (naponsko stanje i faktor \underline{r}), i od ugla između pravca prostiranja linije (brazde, zone) izražene kontrakcije koja neposredno prethodi razaranju i pravca većeg glavnog normalnog napona. U slučaju lokalizovane kontrakcije, ovaj ugao je $< 90^\circ$. Inače, on se može približno predstaviti izrazom

$$\delta \approx \text{arc tg} \sqrt{\frac{1+r}{r}}$$

iz kojeg proizilazi da će, pri malim iznosima \underline{r} (što odgovara difuznoj kontrakciji), on težiti vrednosti 90° , a za velike iznose \underline{r} , biće $\delta \approx 45^\circ$ (drugim rečima, pri lokalizovanoj kontrakciji ovaj ugao je manji od 90°).

L i t e r a t u r a

- /1/ R. Hill, The Mathematical Theory of Plasticity - Oxford Univ. Press., London, 1950.
- /2/ A.N. Bramley, P.B. Mellor - Some strain-rate and Anisotropy Effects in the Stretch - Forming of Steel Sheet - Int.J. Mach. Tool. Des. Res., Vol. 5, 1965.
- /3/ O. Kienzle i dr. - Mechanische Umformtechnik - Springer Ver., Berlin, - Heidelberg - New York, 1968.
- /4/ V. Hašek - Über den formänderungs - und Spannungszustand beim Ziehen von grossen unregelmässigen Blechteilen - Ver. W. Girardet, Essen, 1973.
- /5/ D.V. Wilson - Plastic Anistoropy in Sheet Metals - Jour. of the Inst. of Met., 94/1966.
- /6/ A.D. Tomlenov - Mehanika procesov obrabotki metalov davleniem - "Mašgiz", Moskva, 1963.

- /7/ V.S. Smirnov, G.S. Kazakevič - K teoriji plastičnosti anizotropnoga lista - Izv. Ak. Nauk SSSR, "Metalli", 5/1967.
- /8/ B. Devedžić - Neki problemi aplikacije teorije anizotropije plastičnosti - Maš. fak. u Krag., 35/1971.

DEVEDŽIĆ M.B.

TEORIJA ANIZOTROPIJE PLASTIČNOSTI METALA I NJEN ZNAČAJ PRI
IZUČAVANJU DEFORMABILNOSTI LIMOVA

R e z i m e

U radu se problematika anizotropije svojstava limova (kao posledica njihove teksturne gradje), najpre, tretira sa stanovišta fundamentalne teorije i u okviru toga razmatraju odgovarajući parametri koji figurišu u izvedenim teorijskim relacijama. U daljem se definiše koeficijent normalne anizotropije i on dovodi u vezu sa deformacionom čvrstoćom, karakteristikama deformacije i pomenu- tim parametrima. Najzad, pokazatelji anizotropije se razmatraju sa stanovišta teorije plastičnog tečenja, odnosno približno monotonih deformacionih procesa pri izvlačenju složenih i geometrijski nepravi- lnih otpresaka od lima. Pri tome se posebno značajni zaključci izvoede u vezi sa pojavom tzv. difuzne i nagle lokalizacije defor- macija.

THEORY OF ANISOTROPY OF METAL PLASTICITY AND ITS SIGNINICANCE
FOR STUDY OF SHEET METAL FORMABILITY

S u m m a r y

This paper first deals with the problems of anisotropy of sheet metal characteristics (resulting from their real microstructure) from the viewpoint of fundamental theory within which the appropriate parameters appearing in the derived theoretical relations are considered. Afterwards the coefficient of normal anisotropy is defined and related with flow stress, formability characteristics and above mentioned parameters. Finally the anisotropy indices are considered from the viewpoint of plastic flow theory i.e. approximately monotonic metal forming processes at drawing complex and geometrically irregular sheet pressings. Particularly important conclusions are drawn referring to the phenomenon of so called diffuse and local necking.